



İNSAN VE TOPLUM BİLİMLERİ
ARAŞTIRMALARI DERGİSİ

Cilt / Vol: 6, Sayı/Issue: 5, 2017

Sayfa: 2435-2444

Received/Geliş: Accepted/Kabul:

[27-10-2017] – [08-11-2017]

Kant'ta Aritmetik Yargıların Doğası Üzerine Bir İnceleme¹

Mehmet ARSLAN

Ar. Gör., Ondokuz Mayıs Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi, Felsefe Bölümü

Res. Assist, Ondokuz Mayıs University Faculty of Arts and Science,

Orcid ID: 0000-0003-2567-4055

meetomu@gmail.com

Öz

Bu çalışmada, Immanuel Kant'ın 1781 tarihli Arı Usun Eleştirisi ve 1783 tarihli Prolegomena isimli kitaplarında aritmetik yargıların doğasına dair yapmış olduğu tespitler değerlendirilecektir. Kant, sözü edilen kitaplarında aritmetik yargıların tamamının sentetik a priori yargılar olduğunu, hiçbir şekilde kavram analizi yaparak ya da tanımlara başvurularak temellendirilemeyeceğini ve bu temellendiriminin saf görüde inşa etmek denilen özel bir işlemi gerektirdiğini iddia etmiştir. Çalışmada Kant felsefesi bağlamında yargıların nasıl bölümlendiğine, sentetik a priori yargıların olanağına ve aritmetik yargıların neden sentetik a priori yargılar olduklarına değinilecektir. Çalışmanın son bölümünde ise uzun zamandır tartışma konusu olan 'bir yargının analitikliği ya da sentetikliği' konusunda bunca zamandır gözden kaçtığını düşündüğümüz bir ayrımın yer vereceğiz. Bizim iddiamız; tam bir aksiyomatik dizgenin kendisinin analitik bir dizge olarak çalışmasının ayrı bir şey, o dizgenin kurucu aksiyomlarının analitik olmasının ayrı bir şey olduğudur.

Anahtar Kelimeler: Kant, Saf Görü, Aritmetik, Analitik Yargı, Sentetik Yargı

An Inquiry on the Nature of Arithmetical Judgments in Kant's Philosophy

Abstract

In this article, we tried to evaluate the ideas of Immanuel Kant on arithmetical judgments in his Critique of Pure Reason (1781) and Prolegomena (1783). In these books, Kant claimed that arithmetical judgments are synthetic a priori and it is impossible to establish arithmetical judgments with respect to analyze of concepts and definitions. This establishment requires another special procedure, which Kant says, construction in pure intuition. Throughout the article we will deal with the division of judgments, the possibility of synthetic a priori and the priority of arithmetical judgements with respect to Kant's philosophy. At the last part of this article, we will try to deal with a distinction of which has been unnoticed for long times. The distinction is as follows; in an axiomatic system, the system can process through an analytic way but this does not mean that the axioms that construct the system are analytic.

Keywords: Kant, Pure Intuition, Arithmetic, Analytic Judgment, Synthetic Judgment

¹ Bu çalışma Yıldız Teknik Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü'nde 2015 Yılında tamamlamış olduğum yüksek lisans tezimin ilgili bölümlerinin gözden geçirilip genişletilmesi neticesinde üretilmiştir.

Giriş

Immanuel Kant, 1781 tarihli *Saf Aklın Eleştirisi* (bu esere bundan sonra SAE kısaltmasıyla referansta bulunulacaktır) ve 1783 tarihli *Prolegomena* isimli kitaplarında aritmetik yargıların bütününe sentetik a priori yargılar olduğunu iddia eder. Kant'ın bahsi geçen eserlerinin hiçbirisi matematik felsefesi üzerine yazılmış eserler olmamakla birlikte, matematiksel nesnelere ve matematiksel yargıların doğalarına ilişkin bu eserlerde ortaya konulan düşünceler, 18. yüzyıldan günümüze, pek çok düşünür tarafından tekrar ele alınmış ve matematik felsefesi alanında oldukça üretken tartışmaların yapılmasına olanak sağlamıştır. Örneğin Frege, yazmış olduğu *Aritmetiğin Temelleri* isimli kitabında, aritmetik yargıların aksiyomlar ve mantık yasaları aracılığıyla türetilebileceğini dolayısıyla da analitik yargılar olduklarını iddia eder. Aynı şekilde Russell ve Whitehead, *Principia Mathematica*'da aritmetik yargıların mantık aracılığıyla türetilebileceğini iddia eder. Benzer şekildeki iddialara analitik felsefecilerin çoğunda rastlamak mümkündür. Bu filozofların iddiaları her ne kadar Kant'ın aritmetik yargılara dair söylemlerinin aksi yönde olsa da, denilebilir ki, bu çalışmaların hepsi bir bakıma varlıklarını Kant'ın bu husustaki görüşlerine borçludur.

Kant'ın aritmetik yargıların doğasına ilişkin bu iddiasının ne anlama geldiğinin tam olarak kavranılabilmesi için öncelikli olarak yapılması gereken, 'bir yargı türü nasıl oluyor da, aynı zamanda hem a priori hem de sentetik olabiliyor?' sorusuna cevap vermektir. Bu soruya cevap verebilmek adına, çalışmanın bundan sonraki bölümünde, a priori, a posteriori, analitik ve sentetik gibi kavramları Kant'ın ne şekilde ele aldığı üzerinde kısaca durulacaktır.

Yargıların Bölünmesi

Kant bilgileri deneyle olan temasları doğrultusunda a priori (her türlü deneyden ve duyuşal izlenimden uzak, deneye öncü) ve a posteriori (deneyden türeyen) olarak ikiye ayırır.² Kant'ın bilginin oluşumunu açıklamak için yaptığı bu ayırmada, asıl vurgu bilginin kaynağına yöneliktir.³ Öte yandan Kant, yüklem kavramı öznedede zaten içerilen, bu sebeple de doğruluğu sadece kavram analiziyle gösterilebilecek ve değili açıkça çelişki yaratacak önermelere analitik önerme derken, öznenin kavramına kendisinde olmayan bir şey ekleyen ve dolayısıyla bilgimizi genişleten önermelere de sentetik önermeler der.⁴ "Bu ayırım kimyada sentez-ayrı ve farklı şeyleri bir araya koyma edimi- ve analiz-bir şeyin onda var olan bir

² Immanuel Kant, *Arı Usun Eleştirisi*, (çev. Aziz Yardımlı, İstanbul: İdea Yayınları, 1993), s. A2.

³ Yücel Dursun, *Felsefe ve Matematikte Analitik/Sentetik Ayırımı*, (Ankara, Elips Yayınları, 2004), s. 27.

⁴ Kant, *Arı Usun Eleştirisi*, s. A7.



bileşenine ayrılması edimi- arasındaki ayrıma paraleldir.”⁵ Kant’a göre analitik önermelerin işlevi, kullandığımız kavramları açıklamak ve onları daha anlaşılır hale getirmektir.⁶ Başka bir ifadeyle, analitik önermeler hâlihazırda olanı daha belirgin hale getirmekten öte başka bir görev icra etmezler. Sentetik önermeler ise bilimlerin temel önermeleridir ve bilginiz ancak sentetik önermeler vasıtasıyla genişler. Çünkü sentetik önermeler birbirinden farklı bilgileri bir araya getirerek, verili olmayan yeni bilgiler üretirler.

Yukarıda değinilen hususlar neticesinde, kabaca bir bölümlenmeyle ele alacak olursak, dört çeşit önerme vardır diyebiliriz; analitik a posteriori, analitik a priori, sentetik a posteriori ve sentetik a priori. Bunlardan analitik a posteriori önermeler diye bir şeyin olamayacağı açıktır, zira analitik önermelerde yüklem kavramı öznede zaten içerilmiştir, bunu doğrulamak için deneyimin tanıklığına ihtiyaç yoktur; eşdeyişle böyle bir bilginin kaynağı deneyim olamaz. Sentetik a posteriori önermeler ise işaret ettikleri doğrulukları doğrudan deneyim yoluyla elde edilebilen önermelerdir. Söz gelişi, ‘uygun koşullar altında saf su 100 derecede kaynar’ önermesi deneyim sonucunda elde edilen ve deneyim ile doğrulanan sentetik a posteriori bir önermedir. Öte yandan, ‘her bekâr, aynı zamanda evli olmayandır’ gibi bir önermede ise evli olmama kavramı bekâr kavramında zaten içerilmiştir dolayısıyla bu önerme ‘bekâr’ ve ‘evli olmama’ kavramlarının analiz edilmesi yoluyla başka hiçbir şeye başvurmayı gerektirmeksizin doğrulanabilecek ve doğruluğu zorunlu ve evrensel olan analitik a priori bir önermedir. Sentetik a priori önermelerin kavranılması ve olanağının belirlenmesi ise diğer önerme türlerine göre daha zordur. Sentetik a priori yargılar öyle yargılardır ki, sonuçları bakımından hiçbir deney yargısında görülemeyecek zorunluluğa sahiptir ve aynı zamanda kavranılması için görüsel unsurlara ihtiyaç duyar. Çalışmanın bundan sonraki bölümünde sentetik a priori yargıların olanağı üzerinde durulacaktır.

Sentetik A Priori yargılar

Kant’a göre sentetik a priori yargılarda hissetme yetisi aracılığıyla gelen hiçbir duyuşal içerik bulunmaz, yargı içerisinde kendine yer bulan nesnelere uzayın ve zamanın saf görüleri dolayısıyla inşa edilirler. Bununla birlikte sentetik a priori yargılar, analitik yargılarda olduğu gibi, mantıksal açıdan mümkün dünyaların hepsinde zorunlu geçerliliğe sahip değildir. Sentetik a priori yargılar sadece deneyimin mümkün olduğu dünyada zorunlu geçerliliğe sahiptir. Robert Hanna, 2001 tarihli *Kant and Foundations of Analytic Philosophy* isimli kitabında bu hususu şöyle dile getirir:

⁵ Stephen F Barker, *Matematik Felsefesi*, (çev. Aliye Kovanlıkaya, Ankara: İmge Yayınları, 2009), s. 23.

⁶ Allen W. Wood, *Kant*, (çev. Aliye Kovanlıkaya, Ankara: Dost Kitapevi Yayınları, 2009), s. 50.



“Kant'ın modal düalizm anlayışına göre sadece analitik yargılar mutlak zorunluluğa sahiptir. Sentetik yargılar ise tanımları gereği mutlak değil, koşullu ya da sınırlı (restrictedly necessary) zorunluluğa sahiptir”.⁷

Kant'ın matematik nesnelerin inşasında kullandığı yukarıda bahsi geçen 'saf görüde inşa' kavramı, sentetik a priori yargıların anlaşılmasında kilit bir rol üstlenmektedir. Bu bahsi daha açık hale getirmek için Kant'ta görünün ne olduğuna değinilmelidir. Kant'a göre görü; bir nesnenin tekil temsilidir. Bu temsil kendi başına bir anlam taşımaz. Başka bir şekilde ifade edecek olursak, sadece temsilin kendisi nesneyi kavramamıza ve düşüncemize konu etmemize yetmez. Bunun için temsille birlikte anlama yetisinin diğer transandantal unsurları da devreye girmelidir. Anlama yetisinin saf kavramları olan kategoriler, imgelemin saf şemaları, muhakeme ile ilişkisi içerisinde saf akıl kavramları yani idealar gibi bütün bu transandantal unsurların müşterek çalışması neticesinde bir nesne kavranabilir. Bununla birlikte belirtmek gerekir ki, Kant'a göre 'temsil'in 'kavram'a ve 'düşünce'ye önceliği vardır. Kant SAE'sinde bu durumu şöyle dile getirir: “nesnel anlamamızın bir fonksiyonuyla ilişkili olmadan bize görünürler.”⁸ Yani biz nesnelere anlama yetisinin transandantal unsurlarıyla ilişkilendirmeden de temsil ederiz. Ancak yukarıda da belirtildiği üzere bu temsiller bu halleriyle bilgi vermezler.

Kant'a göre görünün iki şekli bulunmaktadır. Bunlar empirik görü ve saf görüdür. Empirik görüde, fiziksel nesneden gelen ve hissetme yetisi aracılığıyla duyumsanan duyusal hammaddeler bulunur. Temsil, duyusal malzemenin uzay ve zaman saf formlarıyla ilişkilendirilmesi yoluyla edinilir. Kant'a göre nesnelerin kendi başına oldukları hallerini bilemeyiz, onları ancak uzay ve zaman formlarına bürünen görünüşler ya da temsiller olarak bilebiliriz.⁹ Empirik görü aracılığıyla bir nesnenin kavranılması temsil edilen nesnenin o nesne ile ilişkili kavramla bağlanması ile olur.¹⁰

Kant'a göre uzay ve zaman, bütün duyuların imkânını sağlayan saf görüler olmakla birlikte aynı zamanda zorunlu ve a prioridirler.¹¹ Söz gelişi, uzay görüşünün a priori olduğunu şöyle açıklayabiliriz: Eğer bizim zihnimizde uzay görüşü a priori olarak bulunmamış olsaydı, bizim nesnelerin ayrı ve yan yana olduklarını tasavvur etmemiz mümkün olmayacaktı. Örnek verecek olursak; bir ağacın başka bir ağacın iki metre solunda olduğunu deneyimleyebilmemiz, bu iki ağacın yan yana olduklarını

⁷ Robert Hanna, *Kant and Foundations of Analytic Philosophy*,(Oxford: Oxford University Press,2001), s.267.

⁸ Kant, *Ari Usun Eleştirisi*, s. A89/B122.

⁹ Heinz Heimsoeth, *Kant'ın Felsefesi*,(çev. Takiyettin Mengüşoğlu, Ankara: Doğu Batı Yayınları, 2012), s. 61.

¹⁰ Veli Urhan, “Kant'ın Bilgi Kuramı ve Sentetik Önergeler”, *Felsefe Dünyası* 38,(2003): 11.

¹¹ İsmail Köz, “Sezginin Bilgideki Yeri ve Önemi”, *Felsefe Dünyası* 40, (2004): 43.



fark edebiliyor olmamıza bağlıdır. Başka bir şekilde ifade edecek olursak, böylesi bir deneyim için yanyanalık bağıntısının bize verili olması gerekir. Açıkça görüldüğü gibi uzay görüşünün deneyime önceliği bulunmaktadır. Bundan dolayı insan zihninde bulunan uzay görüşü deneyden çıkarılmış empirik bir kavram olamaz, dış deneyin kendisi bile ancak bu görüş sayesinde mümkün olur.¹² Benzer bir şekilde zaman görüşünün de a priori olduğunu söyleyebiliriz. Bir olayın başka bir olaydan 3 saat sonra gerçekleştiğini anlayabilmemiz için, yani böyle bir deneyimin mümkün olabilmesi için, zamandaki ardardalık bağıntısının bize verili olması gerekir. Bu sebeple zaman görüşü de a priori verilidir.

Kant, hiçbir duyusal malzeme olmaksızın sadece uzayın ve zamanın saf görüşleri aracılığıyla da bir takım nesnelere kavrayabileceğimizi iddia eder. Matematik nesnelere bunun en güzel örnekleridir. "Kant'ın matematik anlayışının odağında saf görüş yer almaktadır."¹³ Bu yolla kavranılan nesnelere, sentetik a priori yargıların da zemininde yer alır. Bununla birlikte uzay ve zaman saf görüşleri empirik deneyimin bütününe uygulandığından, bu görüşlerde inşa edilen nesnelere kurulan yargılar da empirik deneyimin tamamında evrensel ve zorunlu geçerliliğe sahiptir. Bu husus *Prolegomena*'da şöyle dile getirilir;

"Benim uzay ve zamanın idealliğine ilişkin öğretim, duyulara verilen tüm dünyayı bir kuruntu haline getirmekten çok uzaktır; aslında bu öğretimin en önemli bilgilerden biri olan matematiğin sunduğu a priori bilginin gerçek nesnelere uygulanmasını güvence altına almada ve onun sırf bir kuruntu sayılmasını önlemede tek araçtır".¹⁴

İnsan zihninde a priori olarak bulunan uzay ve zaman görüşleri, görülebilecek tüm nesnelere uygulanabilecek bir bilgi sistemini de mümkün kılar.¹⁵ Bu görüşlerin a priori olmaları, aritmetiğin ve matematiğin nesnelere a priori inşasını ve bu yolla bahsi geçen bilimlerin nasıl mümkün olabileceklerini açıklayan ve mümkün kılan temel zemindir.¹⁶ Başka bir şekilde ifade etmek istersek, uzay ve zaman, geometri ve aritmetiğin nesnelere görüsel hammaddeyi sağlamak suretiyle insanın matematik yapabilmesini mümkün kılar.¹⁷ Çalışmanın bundan sonra ki bölümünde Kant felsefesi bağlamında aritmetik yargıların neden sentetik a priori yargılar olduğuna değinilecektir.

¹² Bedia Akarsu, "Kant'ta Mekân ve Zaman Kavramları", *Felsefe Arkivi* 14, (1963): 118.

¹³ Ahmet Ayhan Çitil, *Matematik ve Metafizik*, (İstanbul: Alfa Yayınları,, 2012), s. 14.

¹⁴ Immanuel Kant, *Prolegomena*, (çev. İoanna Kuçuradi, Yusuf Örneç, Ankara: Türkiye Felsefe Kurumu Yayınları, 2000), s. 42.

¹⁵ Kant, *Prolegomena*, s. 62.

¹⁶ Bülent Gözkan, "Matematik Sadece Mantık Temelinden Türetilir mi?", *FelsefeLogos* 49, (2013): 53.

¹⁷ Şahabettin Yalçın, "Kant'ta Matematiğin Felsefi Temelleri", *Felsefe Dünyası* 37,(2003): 129.



Aritmetik Yargılar Neden Sentetik A Priori Yargılardır?

Aritmetiğin mümkün olmasının ilk ve en önemli koşulu, bu bilimin temel nesnelere olan sayıları kendi varlık mekânlarında inşa etmektir. Sayı fenomenal âlemde varlık bulan bir nesne olmadığı gibi insan zihnine verili bir nesne de değildir. Bununla birlikte sayı ne şeylerin içsel bir özelliğidir, ne de bir kavramdır.¹⁸ Kant'a göre, örneğin, "7 sayısını inşa ederken, zaman formunda akan transandantal unsurlara nicelik kategorisindeki birlik kavramından yararlanarak bir birlik atfederiz ve bu yolla bize verili olmayan 7 sayısını inşa ederiz."¹⁹ Burada transandantal mantık aritmetik nesnelere inşasında, bu nesnelere ontolojik mekân sağlama işlevini görmektedir. Kant, genel mantık ile transandantal mantık arasında bir ayrım yapar ve genel mantığın yasaları aracılığıyla aritmetik yasaları türetmenin imkânsız olduğunu savunur. Genel mantık, önermeleri içerikten soyutlayarak sadece biçimsel bir denetleme yapar. Aritmetik nesnelere ise, saf görünümün dolayımı olmaksızın türetilmeyeceğinden, genel mantık aracılığı ile kavranılamaz. Kant'a göre transandantal mantık, kavrama yetisinin ve aklın yasalarının nesnelere a priori bağlantı içinde oldukları haliyle ilgilidir. Buradan hareketle, transandantal mantığın, nesnelere kendilerini değil, o nesnelere kurulumunun a priori öğelerini incelediği söylemek mümkündür. Transandantal mantık, böylelikle, genel mantıkta olduğu gibi nesnelere bağımlı olarak sadece formlarla ilgilenmemekte, aksine düşünmenin asli öğeleri olan transandantal formlara ve kavramlara yönelmektedir.²⁰

Kant'a göre, aritmetiğin ve matematiğin tüm nesnelere inşası, anlatıldığı üzere sentetik işlemler neticesinde olduğundan, matematiğin bütün yargıları sentetik a priori'dir. *SAE*'sinde bu hususu şu şekilde dile getirir:

"Tüm matematiksel yargılar bireşimlidir (sentetiktir). Bu önerme insan usunu çözümleyenlerin dikkatinden bu güne dek kaçmış gibi, daha doğrusu tüm sanılarına doğrudan doğruya karşıt gibi görünür, üstelik karşı çıkılmayacak denli pekin (kesin) ve sonuçlarında oldukça önemli olmasına karşın. Çünkü matematiksel çıkarımların tümünün de çelişki ilkesine göre ilerlediği bulunduğu için, temel ilkelerinde çelişki önermesinden çıkararak bilineceklerine inanılıyordu; bu noktada yanılmışlardır, çünkü bireşimli bir önerme hiç kuşkusuz çelişki ilkesine göre saptanabiliyor olsa da, bu hiçbir zaman kendinde değil ama ancak onu sonuçlandırabilecek bir başka bireşimli önermenin varsayılmasıyla olanaklıdır"²¹

¹⁸ Gözkan, s. 64.

¹⁹ Yalçın Koç, "Matematiğin Ontolojisi Bakımından Kant ile Frege Karşılaştırması", *Felsefe Arkivi* 30,(1997): 51.

²⁰ Gözkan, s. 58.

²¹ Kant, *Arı Usun Eleştirisi*, s. B14.



Bu alıntıda Kant bizlere matematiksel yargıların sentetikliğiyle ilgili çok önemli açıklamalar yapmaktadır. Zira buradan anlaşılacağı üzere, matematiksel doğruluklar çelişme ilkesinden hareketle gösterilebilir ama bu matematiğin mümkün olmasını sağlayan kurucu ilkelerin de çelişme ilkesine dayandırılabilmesi anlamına gelmez. Kant *SAE*'sinde $5+7=12$ önermesinin sentetik bir önerme olduğunu şöyle dile getirir.

“Başlangıçta hiç kuşkusuz $5+7=12$ önermesinin çelişki önermesine göre yedi ve beşin bir toplamı kavramından gelen salt çözümsel bir önerme olduğu düşünülebilir. Ama daha yakından irdelendiğinde, 7 ve 5'in toplamı kavramının her iki sayının tek bir sayıya birleştirilmesinden daha öte bir şey kapsamadığı bulunur ve burada ikisini bir arada kapsayan bu tek sayının ne olabileceği konusunda hiçbir şey düşünülmez. Oniki kavramı hiçbir biçimde yalnızca yedi ve beşin o birleşmesini düşünmemle düşünülmüş olmaz ve böyle olanaklı bir toplam kavramını ne denli ayırıştırırsam da onda oniki ile karşılaşmam. Bu kavramların ötesine geçip bunlardan birisine karşılık düşen görüyü, söz gelimi beş parmağı ya da, beş noktayı yardıma çağırarak ve böylece görüde verilen beşin birimlerini tek tek yedi kavramına eklemek gerekir. Çünkü ilkin 7 sayısını alıp 5 kavramı için elimin parmaklarını görü olarak yardıma çağırarak daha önce beş sayısını oluşturmak için bir arada aldığım birimleri şimdi o imgede tek tek yedi sayısına ekler ve böylece 12 sayısının çıktığını görürüm. 5'in 7'ye eklenmesini hiç kuşkusuz toplam $=7+5$ kavramında düşünmüşümdür, ama bu toplamın 12 sayısına eşit olduğunu değil.”

22

Sayı, nesne olarak ancak yargı içinde ortaya çıkar. Dolayısıyla da biz zihnimizde “zamanda arka arkaya giden beş ayrı zamansal anı transandantal olarak belirleyip onlara birlik atfederek 5 sayısını ve başka bir takım zamansal anlara birlik vererek 7 sayısını oluştururuz, inşa ederiz.”²³ O zaman 5 ve 7 sayısını toplarken yine zihnimizde 5'i yaptığımız transandantal malzemeyle 7'yi yaptığımız transandantal malzemeye bunların kendisinde mevcut olmayan bir birlik atfetmiş oluyoruz ki bu işlem görünün yardımı olmadan, sırf kendi kavramlarımızı öğelerine ayırmamızla hiçbir zaman bulamayacağımız sentetik bir işlemdir.²⁴ Netice itibarıyla Kant'a göre “matematiksel bilginin görüde inşa edilip sergileniyor olması, ona sentetik a priori karakterini verir.”²⁵

²² Kant, *Arı Usun Eleştirisi*, s. B15-B16.

²³ Yalçın, s. 138.

²⁴ Kant, *Prolegomena*, s. 17.

²⁵ Özgüç Güven, “Kant'ta Sayının Temellendirilmesi”, Prof. Dr. Şafak Ural'a Armağan, (ed.) Yücel Yüksel, (İstanbul: Alfa Yayınevi, 2012), s.314.



Bir Tespit ve Sonuç

Kant'ın aritmetik yargılara dair iddiasının incelenmesinden sonra, analitiklik ve sentetiklik hususunda gözden kaçtığını düşündüğümüz bir ayrıma kısaca dikkat çekmek isteriz; bu ayrıma göre tam bir aksiyomatik dizgenin kendisinin analitik bir dizge olarak çalışması ayrı bir şeydir, o dizgenin kurucu aksiyomlarının analitik olması ayrı bir şeydir. Tam bir dizgede, aksiyomlardan teoremlere genel mantık yasaları kullanılarak analitik bir yolla ulaşmak mümkündür. Bu hususta aşağıda verilen örneği inceleyebiliriz;

Teorem: $(+,N)$ 'de (Doğal sayılar kümesinin sonlu bir alt kümesi ve bu kümede tanımlı bir toplama işlemi) 1'den n'e kadar olan doğal sayıların toplamı yani $1+2+3+\dots+n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$ dir.

İspat: Bu teoremin ispatı 'Matematiksel Tümevarım' (Ing. Mathematical Induction) yöntemi ile şöyle verilebilir;

- $p(1)=1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2} = 1, \frac{n \cdot (n+1)}{2}$ formülünü $p(1)$ yani elemanı sadece 1 olan küme için uyguladığımızda formülün doğru sonucu verdiğini test ettik.
- $p(2)=1+2=3 = \frac{2 \cdot (2+1)}{2} = 3$ formülümüz $p(2)$ yani elemanları 1 ve 2 olan küme için de doğru sonucu verdi.
- $p(3)=1+2+3=6 = \frac{3 \cdot (3+1)}{2} = 6$ görüldüğü üzere elemanları 1,2 ve 3 olan küme $p(3)$ için de formül doğru sonucu verdi.
- $p(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$ İspatın bu basmağını doğru varsayıyoruz. Eğer bu varsayım bize $p(n+1)$ 'in de doğru olduğunu gösterirse teorem ispatlanmış olacak.
- $p(n+1)=1+2+3+\dots+n+n+1$. Teoremin bize söylediğine göre bu toplam $\frac{(n+1) \cdot (n+2)}{2}$ olmalı. Şimdi yukarıda doğru olarak varsaydığımız $p(n)$ 'i kullanarak $\frac{(n+1) \cdot (n+2)}{2}$ 'in doğru olduğunu göstermeye çalışacağız;

$p(n+1)=1+2+3+\dots+n+n+1$ bu gösterimde italik olarak ifade edilen toplam 1'den n'e kadar olan sayıların toplamı, başka bir ifade ile $p(n)$ 'dir. O zaman bu ifade de $1+2+3+\dots+n$ yerine $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$ kesrini koyabiliriz. Bu halde karşımıza şöyle bir eşitlik çıkar; $p(n+1) = \frac{n \cdot (n+1)}{2} + n + 1$ işlemi devam ettirirsek şöyle bir ifade ile karşılaşırız;

$\frac{n \cdot (n+1)}{2} + n + 1 = \frac{n \cdot (n+1) + 2 \cdot (n+1)}{2} = \frac{(n+1) \cdot (n+2)}{2}$ Görüldüğü gibi $p(n) = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$ varsayımından hareketle $p(n+1)$ 'i doğrulamış olduk. Bu ise teoremin ispatlandığı anlamına gelir.,



Görüldüğü gibi bir aritmetik teoreminin ispatını mantıksal bir yöntem olan Matematiksel Tümevarım ile göstermiş olduk. İddiamızı şöyle devam ettirebiliriz; sonlu bir doğal sayılar kümesi ve bu kümede tanımlı toplama işleminden oluşan tam bir dizgede, $5+7=12$ önermesini mantık yasaları aracılığıyla türetebiliriz. Birçok düşünürü göre '5+7' simgesel anlatımı ile '12' simgesel anlatımı aynı nesneye göndermede bulunmaktadır. Başka bir ifadeyle bu iki kavram eş gönderimli kavramlardır. Ama bu yaklaşım, aritmetiğin kurucu aksiyomlarının da analitik olduğu anlamına gelmez. Bizim bu toplama işlemi yapabiliyor olmamız, öncelikli olarak '5', '7', '+' ve '12' gibi nesnelere zihnimize açık bir şekilde kavranılmasını gerektirir. Bu kavrayış ise mantık yasaları aracılığıyla değil, ancak bu nesnelere zamanın saf görüşü dolayısıyla inşa edilmesi ile mümkün olmaktadır.

Toparlayacak olursak, aritmetik yargılar nesnelere inşa göz önünde bulundurulduğunda Kant'ın da haklı olarak dile getirdiği gibi, hiçbir şekilde kavram analizi yaparak ya da tanımlara başvurarak kavranamazlar. Aritmetik nesnelere önce saf görüşler aracılığıyla inşa edilirler ve sonra yargı içerisinde karşımıza çıkarlar. Bu sebeple aritmetik yargılar sentetik a priori yargılardır.

Kaynakça / Reference

- Wood, Allen W., *Kant*, çev. Aliye Kovanlıkaya, Ankara: Dost Kitapevi Yayınları, 2009.
- Çitil, Ahmet Ayhan, *Matematik ve Metafizik*, İstanbul: Alfa Yayınları, 2012.
- Akarsu ,Bedia, "Kant'ta Mekân ve Zaman Kavramları", *Felsefe Arkivi* 14, (1963): 108-122.
- Gözkan, Bülent, "Matematik Sadece Mantık Temelinden Türetilbilir mi?", *FelsefeLogos* 49, (2013): 51-67.
- Heimsoeth, Heinz, *Kant'ın Felsefesi*, çev. Takiyettin Mengüşoğlu, Ankara: Doğu Batı Yayınları, 2012.
- Kant, Immanuel, *Arı Usun Eleştirisi*, çev. Aziz Yardımlı, İstanbul: İdea Yayınları, 1993.
- Kant, Immanuel, *Prolegomena*, çev. İoanna Kuçuradi, Yusuf Örnek, Ankara: Türkiye Felsefe Kurumu Yayınları, 2000.
- Köz, İsmail, "Sezginin Bilgideki Yeri ve Önemi", *Felsefe Dünyası* 40, (2004): 41-54.
- Güven, Özgüç, "Kant'ta Sayının Temellendirilmesi", *Prof. Dr. Şafak Ural'a Armağan*, (ed.) Yücel Yüksel, İstanbul: Alfa Yayınevi, 2012, s.311-319.
- Hanna, Robert, *Kant and Foundations of Analytic Philosophy*, Oxford: Oxford University Press, 2001.



Barker, Stephen F., *Matematik Felsefesi*, çev. Aliye Kovanlıkaya, Ankara: İmge Yayınları, 2009.

Yalçın, Şahabettin, "Kant'ta Matematiğin Felsefi Temelleri", *Felsefe Dünyası* 37,(2003): 128-143.

Urhan, Veli, "Kant'ın Bilgi Kuramı ve Sentetik Önergeler", *Felsefe Dünyası* 38,(2003): 3-20.

Koç, Yalçın "Matematiğin Ontolojisi Bakımından Kant ile Frege Karşılaştırması", *Felsefe Arkivi* 30,(1997): 49-54.

Dursun, Yücel, *Felsefe ve Matematikte Analitik/Sentetik Ayrımı*, Ankara, Elips Yayınları, 2004.

